المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2010

عناصر الإجابة

الصفحة 1 / 3

المادة:	الرياضيات	NR25	المعامل:	9
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		مدة الإنجاز:	4

التمرين الأول (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
I-1)	القانون * تبادلي .....0.25ن القانون * تجميعي 0.25ن
2)	العنصر المحايد : $\varepsilon = e$ 0.25ن
3) أ-	$I \setminus \{1\}$ جزء مستقر من $(I,*)$ .....0.25ن القانون المستخلص من * تبادلي وتجميعي ويقبل ε كعنصر محايد في $I \setminus \{1\}$ .....0.25ن جميع عناصر $I \setminus \{1\}$ تقبل مماثلا في $I \setminus \{1\}$ 0.25ن
ب-	تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية.....0.25ن
4)أ-	$a*(b\times c)=(a*b)\times(a*c)$ 0.25ن
ب-	$(I,\times)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد هو 1.....0.25ن القانون * توزيعي بالنسبة للقانون $\times$و $(I \setminus \{1\},*)$ زمرة تبادلية.....0.25ن
II-1)	نجد : $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .....0.25ن و $A^3 = O$ 0.25ن
2)	إذا كانت A تقبل مقلوبا نستنتج أن $A^2 = O$ و هذا تناقض.....0.5 ن

التمرين الثاني (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
1) أ-	الجذران المربعان هما $2+i$ و $-2-i$.....0.25ن
ب-	حلا المعادلة هما: $-\frac{1}{2}+i$ و $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ 0.5ن
2) أ-	.....0.25ن
ب-	.....0.75ن
3) أ-	نحصل على : $d=(1-i)c-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$ 0.5ن

ب-	نحصل على : $\ell = (1-i)c - 1 - \frac{1}{2}i$ 0.5ن
ج-	نحصل على: $\frac{\ell - c}{a - c} = i$ .....0.25ن ثم نستنتج أن: -المثلث ACL متساوي الساقين رأسه C .....0.25ن - المثلث ACL قائم الزاوية في C 0.25ن
التمرين الثالث (3 نقط)	عناصر الإجابة
1)	نجد $m \equiv 2\ [5]$ أو $m \equiv 3\ [5]$ 1ن
2) أ-	لدينا : $[p]$ $n^2 \equiv -1$ إذن $\left(n^2\right)^{1+2k} \equiv (-1)^{1+2k}\ [p]$ 0.25ن
ب-	لدينا $[p]$ $n^2+1 \equiv$ إذن: $(\exists k \in \mathbb{Z})\ kp - n^2 = 1$ وحسب مبرهنة بوزو 0.5ن
ج-	حسب مبرهنة فيرما وكون: $p-1 = 2+4k$ 0.75ن
د-	من الأسئلة السابقة نستنتج أن : $[p]$ $1 \equiv -1$ و p عدد أولي فردي و هذا تناقض.....0.5ن
التمرين الرابع (6.25 نقط)	عناصر الإجابة
I-1)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ 0.5ن
2)	f تزايدية على المجال $\left]0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right[$ .....0.5ن جدول تغيرات f 0.25ن
3)	معادلة نصف المماس.....0.25ن إنشاء (C) 0.5ن
4)	نحصل على $a = 2\left(\frac{e-1}{e}\right)$ .....0.25ن مساحة الحيز المستوي هي: $8\left(\frac{e-1}{e}\right) cm^2$ 0.25ن
II-1) أ-	.....0.25ن
ب-	لدينا : $0 < x^n e^{-x^2} < x^n e^{-x}$ $(\forall x > 1)$ و نحصل على $\lim\limits_{x \to +\infty} f_n(x) = 0$ 0.25ن
2)	f_n تزايدية على المجال $\left]0, \sqrt{\frac{n}{2}}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\sqrt{\frac{n}{2}}, +\infty\right[$ .....0.5ن جدول تغيرات f_n 0.25ن
3)	لدينا : $f_n(0) = 0 < 1$ و $f_n(1) = \frac{4}{e} > 1$ و f_n متصلة و رتيبة قطعا على المجال $[0,1]$ 0.5ن
4) أ-	لدينا: $f_{n+1}(u_n) = 4u_n^{n+1} e^{-u_n^2} = u_n$ 0.25ن
ب-	لدينا : $f_{n+1}(u_n) = u_n < 1 = f_{n+1}(u_{n+1})$ و f_{n+1} وتزايدية قطعا على المجال $[0,1]$ إذن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا..... 0.5ن

	المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تزايدية قطعا و مكبورة بالعدد 1 إذن متقاربة 0.25ن
5) أ-	لدينا : $1 \leq \ell \leq 0$ و $(u_n)_{n\geq 2}$ تزايدية قطعا إذن $u_n > u_2 > 0 \quad (\forall n > 2)$.....0.25ن
ب-	لدينا : $f_n(u_n) = 1$ تكافئ $\ln(4) + n\ln(u_n) = u_n^2$ وبما أن: $0 < u_n < 1$ 0.25ن
ج-	لدينا : $-\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n} - \frac{\ln(4)}{n} \quad (\forall n \geq 2)$ والدالة $x \to \ln(x)$ متصلة على $]0,1]$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$ عندما تؤول n إلى $+\infty$ نحصل على $\ln(\ell) = 0$ .....0.5ن و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى
التمرين الخامس (3.75 نقط)	عناصر الإجابة
1)	الدالة F فردية 0.25ن
2)أ-	.....0.25ن
ب-	الدالة φ دالة أصلية للدالة $t \to \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0,+\infty[$ أو الدالة $t \to \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ متصلة على المجال $]0,+\infty[$ والدالتين $u: x \to 2x$ و $v: x \to x$ قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ و $u(\mathbb{R}_+^*) = \mathbb{R}_+^*$ و $v(\mathbb{R}_+^*) = \mathbb{R}_+^*$ .....0.25ن و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى لدينا $F'(x) = \frac{2}{\ln(1+4x^2)} - \frac{1}{\ln(1+x^2)}$ 0.25ن
ج-	الدالة تناقصية قطعا على المجال $]0,\sqrt{2}]$ و تزايدية قطعا على المجال $[\sqrt{2},+\infty[$.....0.5ن
3) أ-	لدينا: $(\forall x > 0)\ F(x) = \varphi(2x) - \varphi(x)$ حيث φ دالة أصلية للدالة $t \to \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0,+\infty[$ ثم نطبق مبرهنة التزايدات المنتهية 0.5ن
ب-	الدالة $t \to \frac{1}{\ln(1+t^2)}$ تناقصية قطعا على $[x,2x]$.....0.5ن
ج-	نجد: $\lim\limits_{x\to 0^+} F(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x} = 0$ و تمنح 0.25 ن لكل نهاية
د-	تمنح 0.25ن لكل متفاوتة لدينا $F(x) < x$ و $F(x) > x$ $\left(\forall x < \frac{\sqrt{e-1}}{2}\right)$ $\left(\forall x > \sqrt{e-1}\right)$ ويوجد عدد وحيد α من المجال $\left]\frac{\sqrt{e-1}}{2}, \sqrt{e-1}\right[$ بحيث $F(\alpha) = \alpha$ 0.25ن